469. 直線叢論 IV

武田楠雄（旅順中）

12°. 線叢Kニ属スル線織面Γガ$v=v(u)$デ與ヘラレタトスル。Γノ像Cノ接触平面ハ3点

$$p,\quad p_u+p_v v',\quad (O_u p_u+F_{11}p_3+G_{11}p_4)+2H_{12}p_5 v'$$
$$+(O_v p_v+F_{22}p_3-(G_{22}p_4)(v')^2+p_v v''$$

ノ決定スル平面デアル。

コレトQ_4トノ交リヲ像ニ持ツ3次元ノ図形ハΓノ osculating regulus デアル。点pニ於ケル切線ハpト$p_u+v'p_v$ヲ結ビツケル直線デアルガ今v'ガ変ラズv''ノミ変ルモノトスレバ、コノトキニ得ラレル osculating regulus ノ集リハR_5ニ於テ

$p,\ p_u,\ p_v,\ (F_{11}p_3+G_{11}p_4)+2H_{12}p_5v'+(F_{22}p_3+G_{22}p_4)(v')^2$ ナル四点ヲ含ム平面トQ_4トノ交リヲ像ニ持ツ如キ1次線叢デアリ、ソノ準線ハ

$$r:\quad (F_{11}+F_{22}(v')^2)p-2H_{12}v'p_4$$
$$r_1:\quad (G_{11}+G_{22}(v')^2)p-2H_{12}v'p_3$$

デ，コレラハ明ニ交換ニヨッテ不変デアル。依ッテ

2ツノ異ナル焦曲面（S_0, S_1）ヲ有スル線叢Kニ於イテ一直線pガS_0, S_1ニ夫々A_0, A_1ニ於テ切スルモノトスル。今Kニ属シ，直線pノ各点ニ於テ同一ノ切平面ヲ有シ且ツ互ニ1次ノ接触ヲナス如キ線織面ヲ考ヘルト，コレ等ノ直線pニ添フテノ接触半ニ次面ノ全体ハ一ツノ一次線叢Hデアリ，ソ

ノ準線ハ1ツハ(λ_0) A_0 =於ケルS_0ノ切平面上ニアリテA_0ヲ通リ他ハ(λ_1) A_1 =於ケルS_1ノ切平面上ニアリテA_1ヲ通リ，共ニ変換ニヨッテ不変ナル直線デアル。

特ニ $F_{\sigma\tau}du^\sigma du^\tau=0$ ガ満足サレルトキハ λ_0ハ p_4 ニ一致シ，更ニモシKがW線叢ナルトキハ λ_1ハ p_3 ニ一致スル。 $G_{\sigma\tau}du^\sigma du^\tau=0$ ニツイテモ同様デアル。

今 v'' ノミナラズ v' モ亦変化スルトスルト、1次線叢 H ノ全体ハ1ツノ2次線綱Πトナル。

特ニ KがW線叢ナルカ ∞^1 ノ plat pencil ノ集リナルトキハ Πハ1次線綱トナリ、ソノ極ハ R_5 ニ於イテ $F_{ii}p_3-G_{ii}p_4$ $(i=1$ or $2)$ ヲ以テ示スコトが出来ル。

マタ $F_{11}=G_{11}=0$ ナル場合及ビ $F_{22}=G_{22}=0$ ナル場合ノ2ツノ ∞^1 ノ plat pencil ヲ Wilczynski ノ命名シタ如ク relative linear Complex ト名付ケレバKノ添付1次線叢ノ準線 p_3, p_4 ハコレ等ノ2ツノ relative linear Complex ノ交ハリノ Congruence ノ準線トナルハ明カデアル。

13.° 前節頭初ノ所説ニヨリ線織面 Γ ノ接触半二次面ノ式示ヲ求ムレバ、コレが2平面 pp_4, pp_3 ト交ハル点ハ

$$O_0:\quad \left(\tfrac{1}{2}(\lambda+O_u),\ \tfrac{1}{2}(F_{11}+F_{22}(v')^2),\ 0,\ -H_{12}v'\right)$$

$$O_1:\quad \left(\tfrac{1}{2}(G_{11}+G_{22}(v')^2),\ \tfrac{1}{2}H_{12}(\lambda+O_v v')v',\ -H_{12}v',\ 0\right)$$

デアルカラ A_0O_0 ハ λ_0, A_1O_1 ハ λ_1 ニ一致スル。

Γ 上 p ニ無限ニ近イ1直線 p' ヲトリ p' ニ對應スル

r ヲ r' トスレバ r' ハ

$$\frac{1}{2}\left\{(F_{11}du^2+F_{22}dv^2)+\frac{1}{2}(F_{11}\theta_u du^3+F_{22}\theta_v dv^3)-H_{12}du\,dv(L_1du+L_2dv)+\cdots\cdots\right\}p$$
$$-H_{12}du\,dv\left\{1-(L_1du+L_2dv)+\frac{1}{2}(\theta_u du+\theta_v dv)+\cdots\cdots\right\}p_4$$

ナル形デアルカラ，今 s ヲ以テ A_0 ト r' ガ平面 pp_4 ヲ切ル点トヲ結ビツケル直線トスレバ

$$[s, r, p, p_4]$$
$$=L_1du+L_2dv$$
$$-\frac{(H_{12}N_1+\frac{1}{2}F_{11}\theta_v)du^2dv+(H_{12}N_2+\frac{1}{2}F_{22}\theta_u)du\,dv^2}{F_{11}du^2+F_{22}dv^2}$$
$$+\cdots\cdots$$

トナル。依ッテ

<u>2ツノコトナル焦曲面 S_0, S_1 ヲ有スル線叢 K ヲ考ヘ，K ノ1直線 p ガ S_0, S_1 ニ切スル点ヲ A_0, A_1 トスル。マタ S_0 上 A_0 ニ於ケル p ノ調和共軛線ヲ p_4 トスル。</u>

<u>K ニ属スル線織面 Γ 上 p ニ無限ニ近イ一直線 p' ヲトリ，p 及ビ p' ニ添フテ Γ ニ切スル接触半二次面ヲ夫々 R 及ビ S トスル。今 R 及ビ S 任意ノ母線ガ A_0 ニ於ケル S_0 ノ切平面ニ交ハル点ヲ夫々 O_0 及ビ O_1 トシ，A_0O_0, A_0O_1 ヲ夫々 r, s ト名付ケレバ非調和比 $[s, r, p, p_4]$ ハ不変量</u>

$$L_\alpha du^\alpha-\frac{3}{4}\frac{H_{\alpha\tau}F^{\lambda}_{\lambda\rho}du^\alpha du^\tau du^\rho}{F_{\alpha\tau}du^\alpha du^\tau}$$

ヲ主値トスル無限小デアル。

同様ニシテ不変量

$$L_{\alpha}du^{\alpha}-\frac{3}{4}\frac{H_{\alpha\tau}G^{\lambda}_{\tau\lambda\rho}du^{\alpha}du^{\tau}du^{\rho}}{G_{\alpha\tau}du^{\alpha}du^{\tau}}$$

ノ幾何學的意味ヲ得ル。

以上ニヨリテ不変量ノ意味附ケノ概要ヲ一先ヅ終ヘル。